

ASSEMBLAGES BOULONNÉS PAR PLATINES D'EXTRÉMITÉ CAS DES ASSEMBLAGES PAR QUATRE FILES DE BOULONS

N. Mehidi ¹, F.Z. Mimoune ², M. Mimoune ²

¹ Maître assistant (A). Université de Jijel.

² Professeur. LMSS. Faculté des Sciences de l'Ingénieur. Université de Constantine.

RÉSUMÉ

L'utilisation du boulon procure un avantage non négligeable sur chantier par rapport à la soudure. Les études menées sur les assemblages de croisement poteau poutre boulonnés par platine d'extrémités ont débouchés sur des méthodes de dimensionnement et de calcul de la résistance faisant intervenir les composantes de l'assemblage : platine, semelle du poteau, semelle de la poutre, âme de la poutre, âme du poteau et enfin le boulon. La configuration complexe d'un assemblage métallique nous a conduit à étudier l'interaction entre ces composantes et évaluer la résistance et la rigidité en mesurant les performances de chacune d'elles. Un modèle a été adopté par le règlement Européen basé sur le calcul de la résistance des composantes, qui se limite, à notre connaissance, aux cas d'assemblages à deux files de boulons. L'objectif dans cet article est d'aborder les assemblages à quatre files de boulons, pour lesquels aucune recommandation ne paraît dans la réglementation actuelle. L'étude est menée sur un assemblage poteau poutre boulonné par platine d'extrémité. L'analogie entre la zone tendue dans un assemblage et un tronçon en T_e basé sur l'Eurocode 3 a permis d'établir une formulation mathématique simple pour la détermination des caractéristiques principales telles que la rigidité et la résistance afin de mettre en évidence l'influence de chacun de ces paramètres qui sera étudiée.

MOTS-CLÉS : assemblage, boulon, Eurocode 3, résistance, rigidité, tronçon en T_e.

1. Introduction:

Les structures en acier sont généralement constituées de poteaux et de poutres, leurs assemblages influencent considérablement le comportement global de la structure. La construction métallique utilise principalement deux modes d'assemblages : les assemblages soudés et les assemblages boulonnés. Toutefois, les assemblages boulonnés par platine d'extrémité sont largement utilisés dans les structures métalliques. En général, dans la pratique les assemblages boulonnés par platine d'extrémité ont des configurations géométriques variées du fait de la variation du nombre de rangées de boulons, de l'espacement des boulons, des dimensions de la platine d'extrémité qui peut-être débordante ou non débordante, des dimensions des poteaux et des poutres, de la force de précontrainte dans les boulons, des propriétés mécaniques de l'acier et des surfaces de contact.

L'Eurocode 3 [1] a retenu la méthode des composantes pour caractériser le comportement des assemblages poteau-poutre en considérant que l'assemblage est un ensemble de composantes élémentaires. Dans la présente étude, nous nous intéressons au comportement des tronçons en tôle à deux files de boulons [2] et d'aborder les assemblages à quatre files de boulons, pour lesquels aucune recommandation ne paraît dans la réglementation actuelle. Le comportement de ces tronçons est plus ou moins complexe. Les simplifications des formules de dimensionnement associées sont alors différentes. L'effet de quelques paramètres comme l'épaisseur de la platine, le nombre de boulons, ainsi que le bras de levier jouent un rôle très important pour la détermination de la résistance et de la rigidité des assemblages poteau-poutre.

2. Différents modes d'assemblages boulonnés rencontrés dans une construction métallique

La nécessité d'avoir des assemblages dans les constructions métalliques a pour but la transmission d'effort, de manière à assurer la rigidité voulue d'une construction (figure 1), tout en permettant une certaine flexibilité.

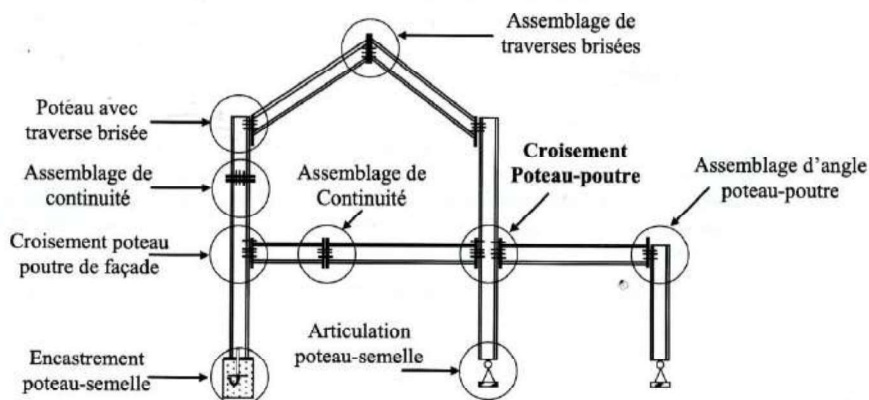


Figure 1 : type d'assemblages boulonnés

En ce qui concerne cette étude, on s'intéressera aux assemblages de croisement poteau-poutre par platine d'extrémité débordante ou non débordante.

3. Assemblage poteau-poutre par platine d'extrémité.

Cet assemblage consiste à souder en bout de la poutre une plaque, dite platine d'extrémité, de hauteur au moins égale à celle du profil de la poutre et comportant généralement deux ou quatre files verticales de perçages symétriquement disposées de part et d'autre de l'âme de la poutre.

La semelle du poteau destinée à recevoir la poutre présente des perçages homologues, permettant la solidarisation des deux pièces. L'assemblage offre sa meilleure efficacité lorsque la platine comporte, du côté de la semelle tendue, un débord raidi par un raidisseur prolongeant l'âme de la poutre et suffisamment important pour recevoir une rangée complémentaire de boulons.

Le fonctionnement de cet assemblage, lorsqu'un moment de flexion est appliqué (figure 2), conduit à identifier, de manière globale, trois zones différentes soumises à des efforts différents.

- La zone tendue de l'assemblage, directement affectée par les tractions dans les boulons et qui se subdivise en plusieurs parties : l'âme de la poutre, l'âme du poteau, la platine et la semelle du poteau ;
- La zone comprimée de l'assemblage qui comporte d'un côté de la platine une des semelles de la poutre et une partie de l'âme adjacente et de l'autre côté une certaine hauteur de l'âme du poteau et le raidisseur éventuel disposé en vis-à-vis de la semelle comprimée de la poutre ;
- La zone cisailée de l'âme du poteau qui fait la liaison entre zone tendue et zone comprimée.

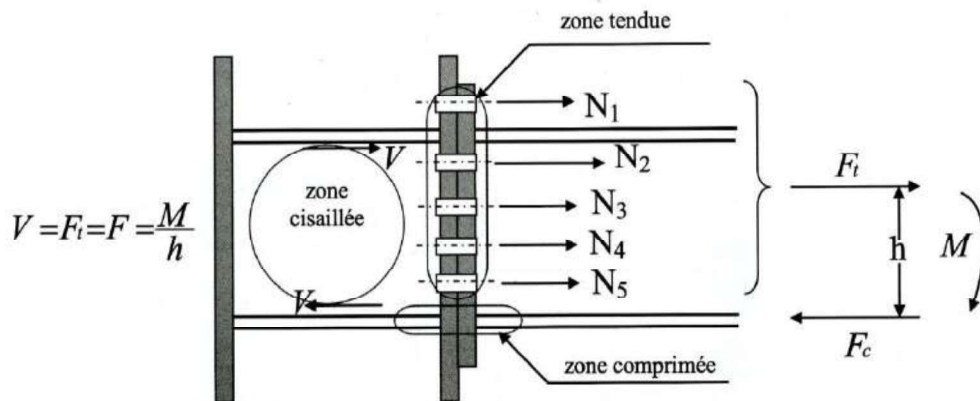


Figure 2 a : Zone critique d'un assemblage par platine d'extrémité

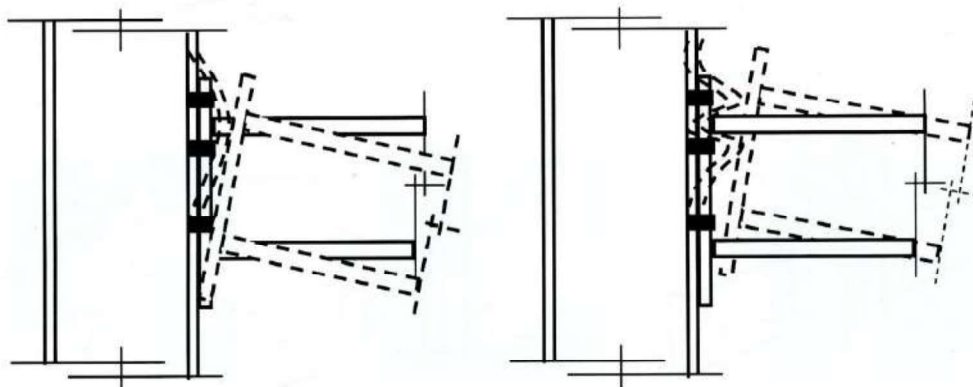


Figure 2 b : Déformée de l'assemblage

4. Les composantes d'un assemblage

Dans l'esprit de l'Annexe J de l'Eurocode 3 [1], tout assemblage doit être regardé comme un ensemble d'éléments, appelés «composantes», qui tous contribuent, dans une mesure plus ou moins importante, à la résistance et à la rigidité de cet assemblage. La « composante » qui vient immédiatement à l'esprit dans le cas d'un assemblage boulonné est évidemment le boulon, ou plutôt chacun des boulons de l'assemblage.

La méthode des composantes considère un assemblage quelconque comme un ensemble de composantes élémentaires individuelles. Le concept fondamental, sur lequel est basée cette méthode se présente comme suit :

- Identification de toutes les composantes élémentaires de l'assemblage ;
- Evaluation des caractéristiques (résistance et rigidité) de ces composantes ;

- Association des composantes pour obtenir la résistance et la rigidité de l'assemblage entier.

Pour un assemblage par platine d'extrémité débordante boulonnée soumis à la flexion, plusieurs composantes de base peuvent être identifiées selon le type de sollicitations qu'elles subissent :

- Zone comprimée : âme de poteau, semelle et âme de poutre ;
- Zone tendue : âme de poteau, boulons et âme de poutre en traction, semelle de poteau et platine d'extrémité en flexion ;
- Zone de cisaillement: panneau d'âme de poteau.

La figure 3 présente les composantes de base d'un assemblage par platine d'extrémité boulonnée, chacune de ces composantes élémentaires possède sa propre résistance et rigidité soit en traction, soit en compression soit en cisaillement.

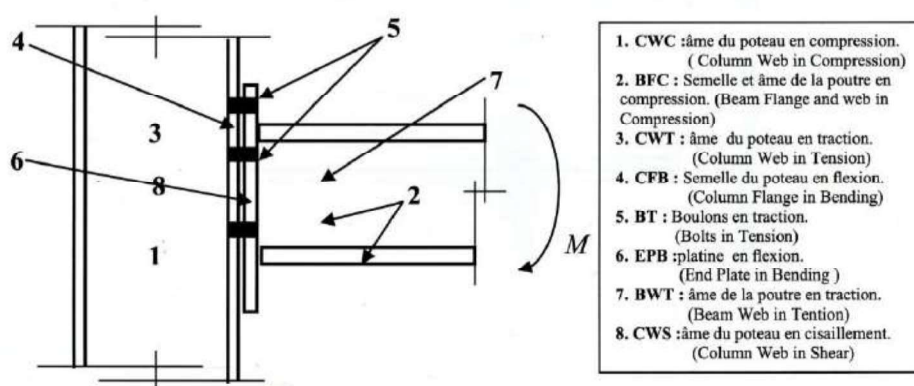


Figure 3 : Les composantes d'un assemblage poutre-poteau « traditionnel »

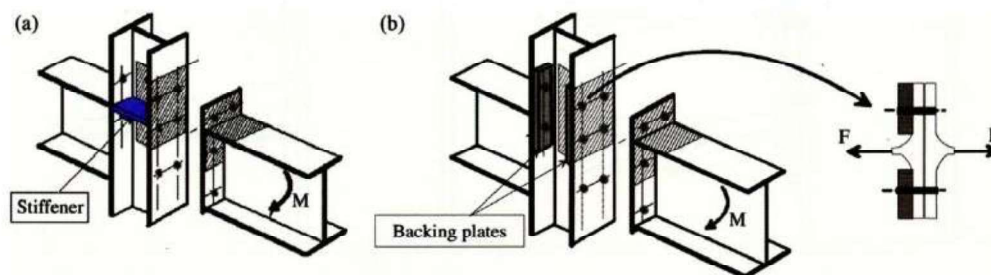


Figure 4 : Modèle théorique d'un tronçon en T

5. Modélisation de la zone tendue

La résistance en traction de la semelle du poteau et de la platine d'extrémité, dans la zone tendue, sont obtenues en passant par l'équivalence d'un tronçon en T (1) (figure 4).

La résistance du tronçon en T équivalent est gouvernée par la résistance de sa semelle, des boulons, de son âme et des soudures âme-semelle (dans le cas d'un tronçon soudé).

En ce qui concerne cette étude, c'est la résistance de la semelle et la résistance des boulons qui sont prises en charge. La résistance d'une semelle de tronçon en T à la traction doit être prise égale à la plus petite des valeurs correspondant aux modes de ruine possibles (figure 5).

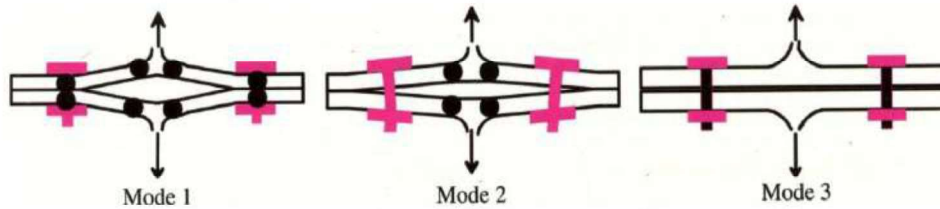


Figure 5 : Modes de ruine d'un tronçon en T

Des essais ont été réalisés au niveau du laboratoire de Mécanique des Sols et des Structures (LMSS), de l'Université de Constantine, Algérie [4], et ont permis de visualiser les modes de ruine suivants :

- I - Ruine de la platine d'extrémité ;
- II - Plastification de la platine et destruction des boulons ;
- III - Destruction des boulons.

Cette classification s'identifie à celles de l'Annexe J de l'Eurocode 3 [1] et de la littérature [2, 3, 4].

En ce qui concerne la première catégorie, qui correspond en fait à des platines minces, l'assemblage continue à résister même avec de grandes déformations (Figure 6), la rupture des boulons est exclue. On a constaté que la ruine totale de l'éprouvette arrivait par rupture de la platine juste à côté du cordon de soudure (Figure 7 et 8), les cordons ont bien résisté. Des déformations très importantes ont été enregistrées au niveau des perçages également.

La deuxième catégorie du mode de ruine, qui correspond à la plastification de la platine et la destruction des boulons a été constatée pour des assemblages de moyennes épaisseurs. Un écartement important au droit des boulons est enregistré au début de chargement (Figure 9), la ruine d'assemblage est atteinte après la déformation de la platine et la destruction des boulons comme il est montré sur la figure 10.

Une augmentation de l'épaisseur de la platine favorise la rigidité, la flexion de la platine devient impossible se traduisant par l'augmentation d'effort au droit des boulons, amplifié par la présence de l'effet de la force de levier. Le mode de ruine correspondant se traduit par la destruction des boulons (figure 11).



Figure 6 : Déformation importante de la platine d'extrémité avant rupture totale



Figure 7 : Platine ruinée au droit de la semelle tendue et traversée par les boulons.



Figure 8 : Rupture totale de la platine d'extrémité, les boulons restent intacts.



Figure 9 : Déformation de la platine et destruction des boulons.



Figure 10 : Rupture du filetage de l'écrou du boulon a empêché la déformation de la platine de continuer.



Figure 11 : Ruine de l'assemblage par rupture des boulons.

La capacité en traction d'un tronçon en Té dépend :

- de la longueur efficace l_{eff} du tronçon ;
- de l'épaisseur et de la limite d'élasticité de la platine en flexion ;
- de la distance m d'une file de boulons à la section d'encastrement la plus proche ;
- de la distance n d'une file de boulons à la rive la plus proche ;
- de la somme des capacités en traction des boulons.

6. Calcul du tronçon d'assemblage en Té sollicité en traction

L'Eurocode 3 adopte une modélisation du comportement d'assemblages métalliques semi-rigides de type poutre-poteau boulonnés par platine d'extrémité [1,2]. Dans cette étude, on ne modélise que le comportement de la semelle du poteau et celui de la platine d'extrémité en utilisant un tronçon en Té tendu se présentant comme une poutre continue prenant appuis sur des boulons ordinaires et en prenant en compte l'effet de levier dû au déformation longitudinale de la semelle du poteau (la platine).

Le modèle théorique proposé par J.M Aribert et al. [3] consiste en l'étude d'une poutre sur 4 appuis (2 boulons pour chaque rangé) soumise à une force de traction due à une charge de type gravitaire sollicitant la poutre.

Nous proposons un nouveau modèle d'un tronçon en Té relatif à la platine d'extrémité (semelle du poteau) qui se présente comme une poutre continue sur six appuis (4 boulon pour chaque rangé) dans le but de caractériser le comportement de la platine et celui de la semelle du poteau.

6. 1. Modélisation de la déformation selon JM Aribert et al. [2], [6].

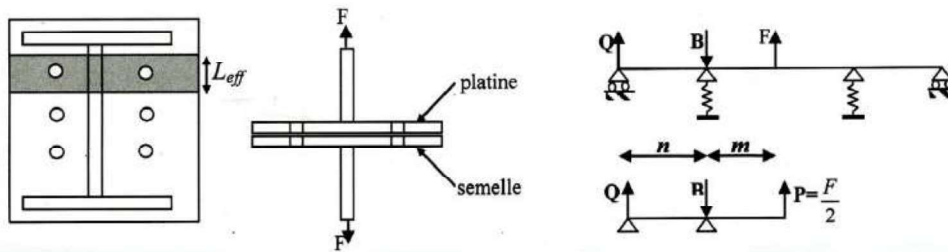


Figure 12 : Tronçon en Té (deux fils de boulons)

Phase de fonctionnement élastique :

La limite de fonctionnement élastique est fixée par la formation d'une première charnière plastique.

- Tronçon en Té selon le modèle de ressort (modèle 1).

Les déplacements de la semelle du poteau et de la platine d'extrémité au niveau de l'axe du boulon sont donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$(\delta_B)_f = \frac{1}{EI_p} \left[(B-p) \frac{n^3}{3} + Bn^2m - pn^2m - pn \frac{m^2}{2} \right] \quad (1)$$

$$(\delta_B)_p = \frac{1}{EI_p} \left[(B-p) \frac{n^3}{3} + Bn^2m - pn^2m - pn \frac{m^2}{2} \right] \quad (2)$$

Et de : $(\delta_B)_f + (\delta_B)_p = \delta_B = -\Delta L_B$ (Allongement du boulon)

Avec :

$$\Delta L = \frac{BL_B}{EA}$$

On auras :

$$B = \frac{F}{2} \cdot \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(n+3m) \right]}{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right) \right]} \quad (3)$$

De l'équation de l'équilibre $B = Q + \frac{F}{2}$

$$Q = \frac{F}{2} \cdot \frac{\left[\frac{nm^2}{2} - \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right) \right]}{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right) \right]} \quad (4)$$

Le déplacement de la semelle du poteau au point d'application de la charge est obtenu par :

$$(\delta_p)_f = \frac{p}{EI_f} \left\{ \frac{(n+m)^3}{3} - \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(3m+n) \right]^2}{\frac{n^2}{3}(3m+n) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right)} \right\} \quad (5)$$

Par analogie, le déplacement élastique de la platine d'extrémité au point d'application de la charge:

$$(\delta_p)_p = \frac{p}{EI_p} \left\{ \frac{(n+m)^3}{3} - \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(3m+n) \right]^2}{\frac{n^2}{3}(3m+n) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right)} \right\} \quad (6)$$

D'où :

$$\delta_{tot} = (\delta_p)_f + (\delta_p)_p = \frac{F}{2E} \left(\frac{I_f + I_p}{I_f I_p} \right) \left\{ \frac{(n+m)^3}{3} - \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(3m+n) \right]^2}{\frac{n^2}{3}(3m+n) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right)} \right\} \quad (7)$$

La rigidité initiale des deux tronçons appartenant à la semelle du poteau et à la platine d'extrémité est ainsi donnée par la formule suivante:

$$K_{tot} = \frac{2E \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right)}{\left\{ \frac{(n+m)^3}{3} - \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(3m+n) \right]^2}{\frac{n^2}{3}(3m+n) + \frac{L_b}{A} \left(\frac{I_f I_p}{I_f + I_p} \right)} \right\}} \quad (8)$$

Dans le cas où $I_p = I_f = I$ (deux tronçons symétriques)

$$K_{tot} = \frac{EI}{\left\{ \frac{(n+m)^3}{3} - \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(3m+n) \right]}{\frac{n^2}{3}(3m+n) + \frac{L_b I}{2A}} \right\}} \quad (9)$$

Avec : A la section résistante de la tige.

L_b : La longueur utile du boulon définie dans l'Eurocode 3 comme suit:

$$L_b = \sum e_p + 2t_w + \frac{1}{2}(t_h + t_n)$$

Avec:

t_w , t_h et t_n : les épaisseurs de la rondelle, la tête du boulon et l'écrou respectivement. De plus, $\sum e_p$ est la somme des pièces assemblées.

I_p et I_f le moment d'inertie de la semelle et de la platine respectivement $I = \frac{L_{eff} \cdot e_p^3}{12}$

L_{eff} et e_p la longueur efficace et l'épaisseur de la semelle respectivement.

E : module de Young.

Le moment de flexion au niveau du point d'application de la charge F est donnée par l'équation suivante :

$$M = Qn - \frac{F}{2}m; \quad \text{pour } M = -M_p \Rightarrow F = F_{el}$$

Avec :

M : moment au point d'application de la charge

M_p : moment plastique

F_{el} est associée à l'apparition de la première rotule plastique au niveau du congé de raccordement entre l'âme et la semelle.

$$F_{el} = \frac{2M_p/n}{\left\{ \frac{m}{n} - \frac{\left(\frac{m^2 n}{2} - \frac{L_b I}{2A} \right)}{\left[\frac{n^2(3m+n)}{3} + \frac{L_b I}{2A} \right]} \right\}} \quad (10)$$

- Tronçon en T selon le modèle simplifié (modèle2)

En considérant la condition aux limites : $(\delta_B)_f + (\delta_B)_p = 0$

$$B = \frac{F}{2} \frac{\left[\frac{nm^2}{2} + \frac{n^2}{3}(n+3m) \right]}{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m) \right]} \quad (11)$$

De l'équation de l'équilibre : $B = Q + \frac{F}{2}$

$$Q = \frac{F}{2} \cdot \frac{\left[\frac{n.m^2}{2} \right]}{\left[\frac{n^2}{3} (n+3.m) \right]} \quad (12)$$

Le déplacement de la semelle du poteau au point d'application de la charge :

$$\delta_f = \frac{p.m^3}{12.E.I_p} \left(\frac{3.m+4.n}{3.m+n} \right) \quad (13)$$

Par analogie, le déplacement de la platine d'extrémité au point d'application de la charge:

$$\delta_p = \frac{p.m^3}{12.E.I_p} \left(\frac{3.m+4.n}{3.m+n} \right) \quad (14)$$

Les rigidités de la semelle du poteau et de platine d'extrémité sont données par les expressions suivantes:

$$K_f = \frac{24.E.I_f}{m^3} \left(\frac{3.m+4.n}{3.m+n} \right) \quad (15)$$

$$K_p = \frac{24.E.I_p}{m^3} \left(\frac{3.m+4.n}{3.m+n} \right) \quad (16)$$

La force associée à l'apparition de la première rotule plastique est donnée par l'expression

$$F_{el} = \frac{4.M_p}{m} \left(\frac{3.m+n}{3.m+2.n} \right) \quad (17)$$

Selon l'annexe J de l'Eurocode 3, pour calculer la rigidité initiale du tronçon en T pour une seule rangée de boulon, nous devons cumuler la contribution de la semelle du poteau (premier tronçon) et de la platine d'extrémité (deuxième tronçon) et de boulons avec leurs coefficients de rigidité associés en série. Nous en déduisons alors une rigidité de la rangée de boulons de façon suivante :

$$K_{int} = \frac{E}{\left[\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_b} \right]} \quad (18)$$

K_f : Rigidité de la semelle du poteau (premier tronçon).

K_b : Rigidité axiale du boulon.

K_p : Rigidité de platine d'extrémité (deuxième tronçon).

Phase de fonctionnement élasto-plastique :

Lorsque l'effort F dépasse F_{el} , la déformation de la semelle du poteau (la platine) passe du domaine élastique au domaine élasto-plastique allant jusqu'à la ruine, s'obtient par les trois modes cités précédemment :

$$F_{R1} = \frac{4.M_{pl}}{m} ; \text{Mode 1} \quad (19)$$

$$F_{R2} = \frac{2.(M_{pl} + n.N_{pl})}{n+m} ; \text{Mode 2} \quad (20)$$

$$F_{R3} = 2.N_{pl} ; \text{Mode 3} \quad (21)$$

Avec : N_{pl} : résistance plastique du boulon.

La déformation de la platine au point d'application de la charge est donnée par la relation suivante :

$$\delta_A = \frac{Fm^2}{6EI_p}(m+n) - \frac{M_p m}{6EI}(3m+2n) \quad (22)$$

6. 2. Influence des paramètres géométriques sur la rigidité de la platine

Données :

$$n = 0.05m; m = 0.05m; L_{eff} = 0.23m; A = (314,15.e-6)m^2; E = (2.e+8)KN/m^2$$

$$e_p = 0; 0,02m; f_u = 235000KN/m^2; M_{pl} = 0,25.L_{eff}.f_u.e_p^2.$$

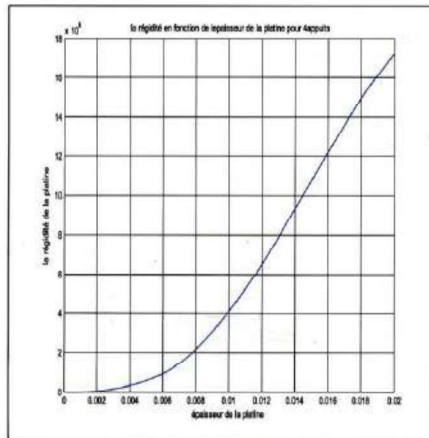


Figure 13 : variation de la rigidité initiale en fonction de l'épaisseur de la platine

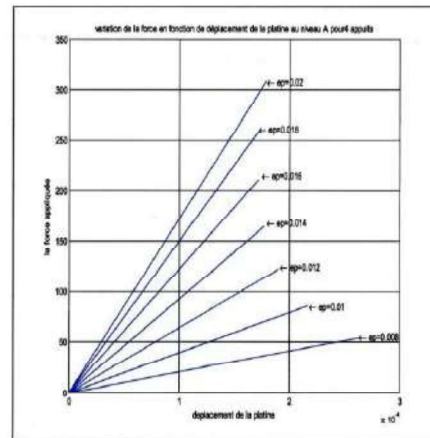


Figure 14 : variations de la force appliquée en fonction du déplacement de la platine (phase élastique)

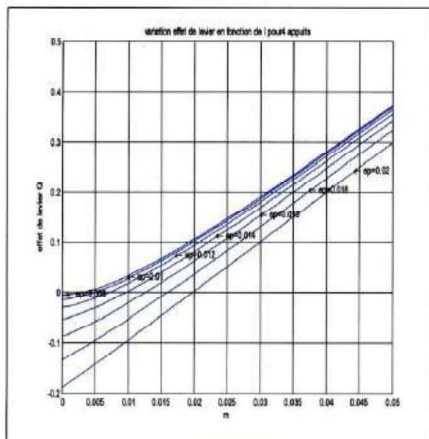


Figure 15 : variations de l'effet de levier en fonction de m

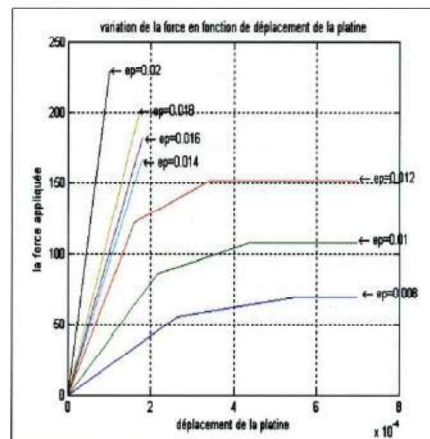


Figure 16 : variations de la force appliquée en fonction des déplacements (phase élasto-plastique)

6. 3. Modélisation de la déformation selon le modèle proposé (poutre sur six appuis) :

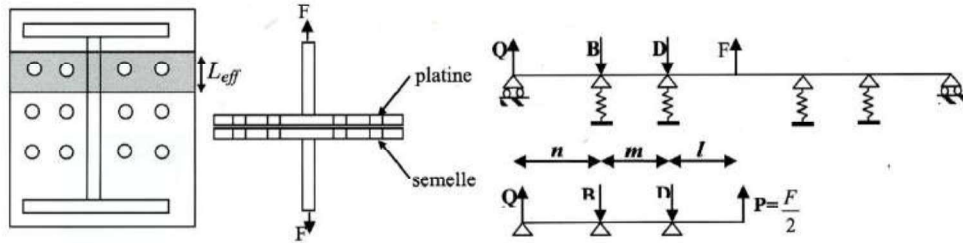


Figure 17 : Tronçon en T (quatre files de boulons)

Phase de fonctionnement élastique :

La limite de fonctionnement élastique est fixée par la formation d'une première rotule plastique.

- Tronçon en T selon le modèle de ressort (modèle 1)

Les déplacements de la semelle du poteau et de la platine d'extrémité au niveau de l'axe du boulon B sont donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$(\delta_B)_f = \frac{B}{EI_f} \cdot K + \frac{D}{EI_f} \cdot (K + M) - \frac{p}{EI_f} \left(K + M + \frac{n \cdot l^2}{2} \right) \quad (23)$$

$$(\delta_B)_p = \frac{B}{EI_p} \cdot K + \frac{D}{EI_p} \cdot (K + M) - \frac{p}{EI_p} \left(K + M + \frac{n \cdot l^2}{2} \right) \quad (24)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{n^3}{3} + n^2 \cdot m + n^2 \cdot l \\ M = \frac{n \cdot m^2}{2} + n \cdot m \cdot l \\ G = \frac{m^3}{3} + l \cdot m^2 \\ \chi = \frac{I_p \cdot I_f}{I_p + I_f} \end{array} \right.$$

et de : $(\delta_B)_f + (\delta_B)_p = \delta_B = -\Delta L_B$ (Allongement du boulon B).

$$\text{Avec : } \Delta L = \frac{B L_B}{EA}$$

On obtient:

$$B \cdot \left[\left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) K + \frac{L_b}{A} \right] + D \cdot \left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) (K + M) - p \cdot \left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) \left(K + M + \frac{n \cdot l^2}{2} \right) = 0 \quad (25)$$

Les déplacements de la semelle du poteau et de la platine d'extrémité au niveau de l'axe du boulon D sont donnés respectivement par les expressions suivantes:

$$(\delta_D)_f = \frac{B}{EI_f} (K + M) + \frac{D}{EI_f} (K + 2M + G) - \frac{p}{EI_f} \left(K + 2M + G + \frac{n \cdot l^2}{2} + \frac{m \cdot l^2}{2} \right) \quad (26)$$

$$(\delta_D)_p = \frac{B}{EI_p} (K + M) + \frac{D}{EI_p} (K + 2M + G) - \frac{p}{EI_p} \left(K + 2M + G + \frac{n \cdot l^2}{2} + \frac{m \cdot l^2}{2} \right) \quad (27)$$

Et de : $(\delta_D)_f + (\delta_D)_p = \delta_D = -\Delta L_D = -\frac{D L_b}{E \cdot A}$ (Allongement du boulon D), on obtient :

$$B \left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) (K+M) + D \left[\left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) \left(K + 2M + G + \frac{L_b}{A} \right) - p \left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) \left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (28)$$

Considérant les deux équations (27 et 28), les expressions de B et D sont données comme suit:

$$D = \frac{F}{2} \left[\frac{\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K+M)}{\left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2} \right] \quad (29)$$

$$B = \frac{F}{2} \left[\frac{\frac{L_b \cdot X}{A} \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) + \frac{nI^2}{2} (M+G) - \frac{mI^2}{2} (K+M)}{\left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2} \right] \quad (30)$$

De l'équation d'équilibre: $B + D = Q + \frac{F}{2} \rightarrow Q = B + D - \frac{F}{2}$

$$Q = \frac{F}{2} \left[\frac{G \left(K + \frac{nI^2}{2} \right) - M \left(M + \frac{mI^2}{2} \right) + \frac{L_b \cdot X}{A} \left(2K + 3M + G + nI^2 + \frac{mI^2}{2} \right)}{\left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2} - 1 \right] \quad (31)$$

Le déplacement de la semelle du poteau au point d'application de la charge:

$$(\delta_p)_f = \frac{-B}{EI_f} \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) - \frac{D}{EI_f} \left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) + \frac{P}{EI_f} \left(K + 2M + G + nI^2 + mI^2 + \frac{l^3}{3} \right) \quad (32)$$

Introduisant les valeurs de B et D dans la dernière équation :

$$(\delta_p)_f = -\frac{F}{2EI_f} \left[\frac{\left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) \left[\frac{L_b \cdot X}{A} \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) + \frac{nI^2}{2} (M+G) - \frac{mI^2}{2} (K+M) \right]}{\left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2} + \frac{\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \left[\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K+M) \right]}{\left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2} - \left(K + 2M + G + nI^2 + mI^2 + \frac{l^3}{3} \right) \right] \quad (33)$$

Posant :

$$\psi_1 = \left(K + 2M + \frac{nI^2}{2} \right) \left[\frac{L_b \cdot X}{A} \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) + \frac{nI^2}{2} (M+G) - \frac{mI^2}{2} (K+M) \right]$$

$$\psi_2 = \left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \left[\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K+M) \right]$$

$$\psi_3 = K + 2M + G + nI^2 + mI^2 + \frac{l^3}{3}$$

$$C = \left(K + 2M + G + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) \left(K + \frac{L_b \cdot X}{A} \right) - (K+M)^2$$

On obtient:

$$(\delta_p)_f = -\frac{F}{2.E.I_f} \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{C} - \psi_3 \right) = \frac{F}{2.E.I_f} \left(\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C} \right) \quad (34)$$

Par analogie

$$(\delta_p)_p = -\frac{F}{2.E.I_p} \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{C} - \psi_3 \right) = \frac{F}{2.E.I_p} \left(\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C} \right) \quad (35)$$

Le déplacement total est :

$$\delta_{tot} = (\delta_p)_f + (\delta_p)_p = \frac{F}{2.E} \left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) \left[\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C} \right] \quad (36)$$

$$F = \frac{2.E.\chi}{\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C}} \delta_{tot} \Rightarrow K_{ini} = \frac{2.E.\chi}{\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C}} \quad (37)$$

Dans le cas où : $I_f = I_p = I$ (deux tronçons symétrique)

$$K_{ini} = \frac{E.I}{\psi_3 - \frac{\psi_1 + \psi_2}{C}} \quad (38)$$

La valeur de F_{el} est associée à l'apparition de la première rotule plastique au niveau du congé de raccordement entre l'âme et la semelle.

$$F_{el} = \left[\frac{2.M_p}{\frac{L_b \chi}{A} \left[K.(m+2.n) + M.(2.m+3.n) + G.(n+m) + l^2 \left(n^2 + \frac{m^2}{2} + n.m \right) \right] - (n+m)(G.K - M^2)} - \frac{\frac{l^2}{2} (G.n^2 + m^2.K - 2.M.n.m)}{C} + (n+m+l) \right] \quad (39)$$

- Tronçon en té selon le modèle simplifié (modèle2)

Se basant sur la condition aux limites $(\delta_B)_f + (\delta_B)_p = 0$, on obtient le système d'équation suivant :

$$B \left[\left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) K \right] + D \left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) (K+M) - p \left(\frac{1}{I_p} + \frac{1}{I_f} \right) \left(K+M + \frac{n.l^2}{2} \right) = 0 \quad (40)$$

$$B \left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) (K+M) + D \left[\left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) (K+2.M+G) \right] - p \left(\frac{1}{I_f} + \frac{1}{I_p} \right) \left(K+2.M+G + \frac{n.l^2}{2} + \frac{m.l^2}{2} \right) = 0 \quad (41)$$

A partir d'équations 40 et 41 les expressions B et D sont:

$$B = \frac{F}{2} \left[\frac{\frac{n.l^2}{2} (M+G) - \frac{m.l^2}{2} (K+M)}{(K+2.M+G)(K) - (K+M)^2} \right] \quad (42)$$

$$D = \frac{F}{2} \left[\frac{\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) (K) - \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K + M)}{(K + 2M + G)(K) - (K + M)^2} \right] \quad (43)$$

De l'équation d'équilibre : $B + D = Q + \frac{F}{2} \rightarrow Q = B + D - \frac{F}{2}$

$$Q = \frac{F}{2} \left[\frac{G \left(K + \frac{nI^2}{2} \right) - M \left(M + \frac{mI^2}{2} \right)}{(K + 2M + G)(K) - (K + M)^2} - 1 \right] \quad (44)$$

Le déplacement de la semelle et de la platine d'extrémité au point d'application de la charge :

$$\delta_f = \frac{F}{2EI} \left[\frac{\left(\frac{mI^2}{2} (k+m) - \frac{nI^2}{2} (M+G) \right) \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right)}{C} + \frac{\left(\left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K + M) - K \left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \right)}{C} \right] \quad (45)$$

$$\left[\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) + \left(K + 2M + G + nI^2 + mI^2 + \frac{l^3}{3} \right) \right]$$

$$\delta_p = \frac{F}{2EI} \left[\frac{\left(\frac{mI^2}{2} (k+m) - \frac{nI^2}{2} (M+G) \right) \left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right)}{C} + \frac{\left(\left(K + M + \frac{nI^2}{2} \right) (K + M) - K \left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) \right)}{C} \right] \quad (46)$$

$$\left[\left(K + 2M + G + \frac{nI^2}{2} + \frac{mI^2}{2} \right) + \left(K + 2M + G + nI^2 + mI^2 + \frac{l^3}{3} \right) \right]$$

D'où :

$$F_{el} = \frac{2M_p}{\left[\frac{-(n+m)(GK - M^2)}{C} - \frac{l^2 (Gn^2 + m^2 K - 2Mnm)}{2C} + (n+m+l) \right]} \quad (47)$$

Phase de fonctionnement élasto-plastique

Lorsque l'effort de traction F dépasse F_{el} , la semelle du poteau (la platine) se trouve dans le domaine élasto-plastique (figure 18) :

- Soit par formation de rotules plastiques au droit des appuis intermédiaires D (mode de ruine 1)
- Soit par ruine des boulons intermédiaires et plastification de la platine (mode de ruine 2).
- Soit par ruine des boulons intermédiaires en D et plastification totale de la platine (mode de ruine 3).
- Soit par formation de rotules plastiques et ruine des boulons (mode de ruine 4).
- Soit par rupture de tous les boulons (mode de ruine 5).

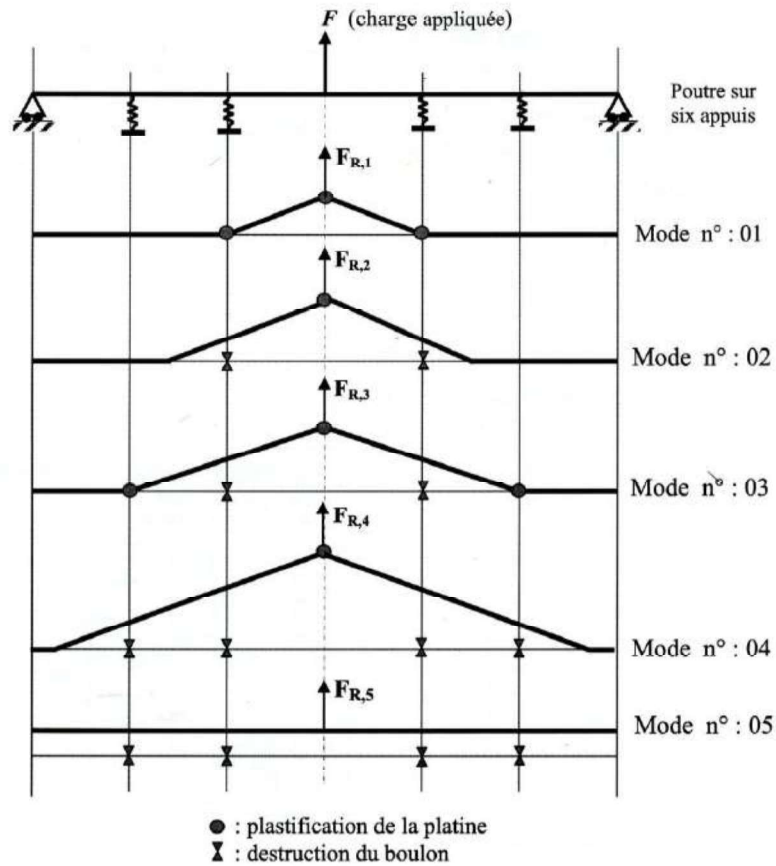


Figure 18 : Modes de ruine théoriques

La résistance ultime pour chaque mode peut être déterminée en utilisant la méthode cinématique, ce qui nous donne :

$$F_{R1} = \frac{4 \cdot M_{pl}}{l} ; \text{mode 1} \quad (48)$$

$$F_{R2} = \frac{2(M_{pl} + N_{pl} \cdot m)}{m + l} ; \text{mode 2} \quad (49)$$

$$F_{R3} = \frac{4 \cdot M_{pl} + 2 \cdot N_{pl} \cdot m}{m + l} ; \text{mode 3} \quad (50)$$

$$F_{R4} = \frac{2 \cdot M_{pl} + N_{pl} \cdot (4 \cdot n + 2 \cdot m)}{n + m + l} ; \text{mode 4} \quad (51)$$

$$F_{R5} = 4 \cdot N_{pl} ; \text{mode 5} \quad (52)$$

La déformation de la platine au point d'application de la charge est donnée par la relation suivante :

$$(\delta_p)_A = \frac{M_p}{EI} \left[\frac{-l^2}{2} + \frac{lm^2}{2(m+n)} + \left(\frac{3m+2n}{n+m} \right)^2 \left(\frac{lm}{12} + \frac{\ln}{12m^2} (n^2 - 2m^2) \right) + \frac{\ln}{12m^2} (-19m^2 - 4n^2 - 16mn) \right] + \frac{P}{EI} \left[\frac{l^3}{3} + l^2m - \frac{5l^2m}{12} \left(\frac{3m+2n}{n+m} \right) + \frac{l^2n}{12m^2(m+2n)} ((3m+2n)^3 - 8m^3) - \frac{l^2(3m+2n)}{12m^2(n+m)^2} (9mn^3 + 14m^2n^2 + 6m^3n + 2n^4) \right] \quad (53)$$

6. 4. Influence des paramètres géométriques sur la rigidité de la platine

Données :

$$n = 0.05m; m = 0.05m; L_{eff} = 0.23m; A = 314,15.e-6; E = 2.e+8$$

$$e_p = 0; 0,02m; f_u = 235000Kn/m^2; M_{pl} = 0,25.L_{eff}.f_u.e_p^2$$

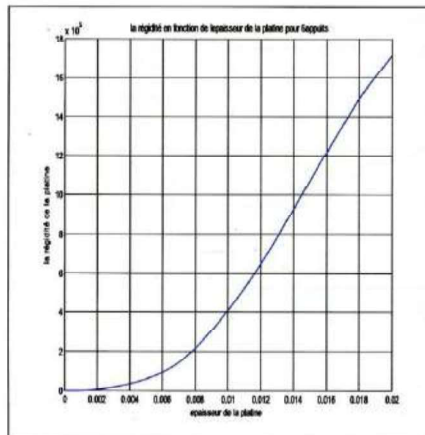


Figure 19 : variation de la rigidité initiale en fonction de l'épaisseur de la platine

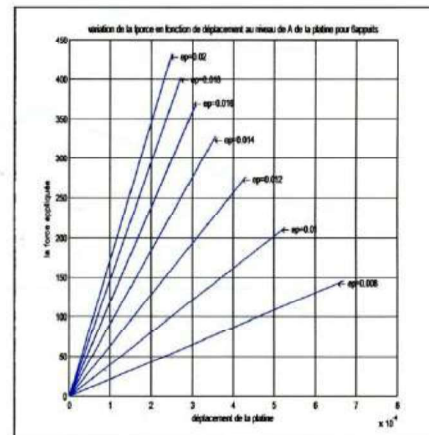


Figure 20 : variations de la force appliquée en fonction du déplacement de la platine (phase élastique)

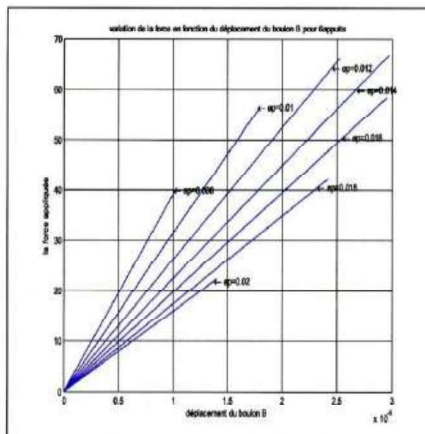


Figure 21 : Variations de la force appliquée en fonction du déplacement du boulon B

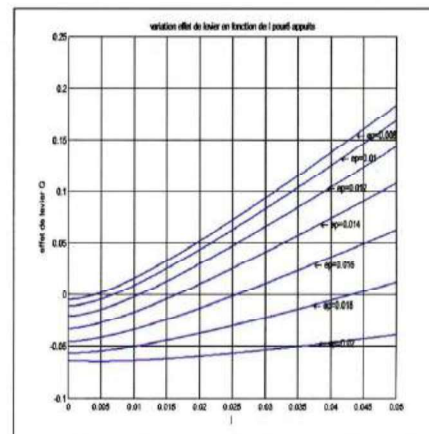


Figure 22 : Variations de l'effet de levier en fonction de l'épaisseur de la platine

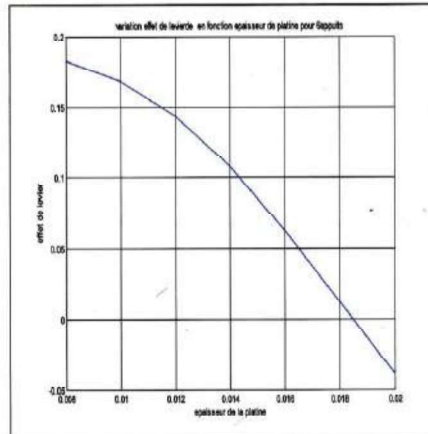


Figure 23 : Variations de l'effet de levier en fonction de l'épaisseur de la platine

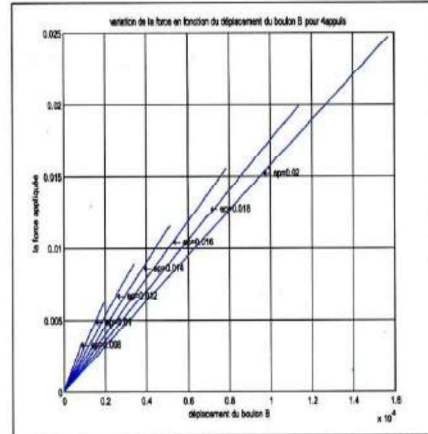


Figure 24 : Variations de la force appliquée en fonction du déplacement du boulon

7. Conclusions

Au terme de cette étude, on peut avancer les conclusions suivantes :

- L'augmentation de l'épaisseur de la platine (semelle) fait augmenter la rigidité (pour les deux modélisations), ce qui conduit à une diminution des déplacements et retarder l'apparition de la première rotule plastique ;
- Quand l'épaisseur de la platine augmente, la pente de la courbe, qui représente la rigidité du boulon, diminue ce qui conduit à une augmentation des déplacements au droit du boulon D ;
- L'effet de levier amplifie la force transmise au niveau du boulon d'extrémité ;
- L'épaisseur de la platine a une influence sur les modes de ruine, d'où :
 - Les assemblages ayant une épaisseur de platine élevée conduisent à une rupture des boulons ;
 - Les assemblages présentant de faibles épaisseurs conduisent à la rupture de la platine.

Références bibliographiques

- [1] Eurocode 3 : calcul des structures en acier: Pr EN 1993-1-8 : (2003).
- [2] M. Mimoun, F.Z. Mimoun, N. Mehidi N, et A. Bouchaïr : Etude des assemblages en T boulonnés par platine d'extrémité avec ou sans raidisseurs . Revue Algérie-Equipement. N°44- Pp. 8-13(Mai 2008).
- [3] J.M. Aribert, A.Lachal et D.N. Dinga: Modélisation du comportement d'assemblages métallique semi-rigides de type poutre-poteau boulonnée par platine d'extrémité. Construction métallique n°1-pp-25-46(1999).
- [4] N. Mehidi : Etude du comportement d'assemblage boulonnés par platine d'extrémité- approche théorique et expérimentale. Magister (2002). Université de Constantine.
- [5] M. Mimoun, et N. Mehidi : Influence de la rigidité flexionnelle sur le comportement des assemblages boulonnés par platine d'extrémité. Séminaire national de Génie Civil. ENSET-Oran 22 et 23 octobre (2002).
- [6] Z. Al-Khatib, A. Bouchaïr: Analysis of a bolted T-stub strengthened by backing-plates with regard to Eurocode 3. Journal of Constructional Steel Research 63 (2007) 1603-161.